Quels usages des problèmes du RMT dans la classe ?

Christine Choquet

ESPE[1] de l'Académie de Nantes

Les problèmes ouverts (Arsac et Mante, 2007) initialement prévus pour l'enseignement secondaire sont utilisés, en France, par des professeurs des écoles pendant les cours de mathématiques (Choquet, 2014). Cet article s'intéresse à l'analyse de deux séances observées chez l'un de ces enseignants qui a proposé à des élèves de cycle 3 (8-10 ans) deux problèmes choisis dans les ressources en ligne du rallye *RMT*[2]. Cette analyse est pour nous l'occasion de comprendre les choix faits par cet enseignant et de réfléchir à la place de ces problèmes dans la classe. La première partie est dédiée à une présentation brève de notre étude. Dans la deuxième partie, nous proposons une analyse *a priori* des deux problèmes choisis puis dans la troisième partie, l'analyse *a posteriori* du déroulement observé et des productions des élèves. La conclusion permet d'expliciter des raisons des choix effectués par ce professeur des écoles en lien avec le cadre théorique d'analyse et de justifier de l'intérêt pour la classe des problèmes du rallye *RMT*.

Présentation de notre recherche

Dans une étude que nous menons sur les pratiques du *problème ouvert* à l'école primaire en France, nous avons observé un professeur des écoles qui propose en classe des énoncés de problèmes issus des archives du *RMT*. Nous cherchons à expliquer ce choix, à comprendre les motivations de ce professeur se tournant vers ces problèmes. Pourquoi décide-t-il de proposer en classe des problèmes issus du rallye *RMT* ? Comment organise-t-il les séances de mathématiques qui leur sont dédiées ? Ce questionnement centré sur la pratique d'un enseignant est l'occasion également d'interroger la place des problèmes du *RMT* dans la classe en dehors des rallyes.

Cet article prolonge une réflexion menée dans un groupe de travail lors de la 15ème rencontre de l'A*RMT*[3]. Telatin[4] (2013) y assure notamment que « les problèmes du *RMT* sont de toute évidence utiles car ils éveillent la curiosité ; ils plaisent et motivent les élèves » (p. 135) et par ailleurs, « ils offrent un excellent support aux enseignants » (p. 135).

Cadre théorique

Notre travail est mené dans le cadre théorique de la *double approche didactique et ergonomique* (Robert et Rogalski, 2002). Celui-ci permet de considérer le point de vue didactique de la pratique enseignante en lien avec les apprentissages potentiels des élèves. Il conduit également à une étude d'un point de vue ergonomique : l'enseignant est considéré comme un professionnel exerçant un métier, faisant face à des contraintes professionnelles spécifiques et visant des buts professionnels particuliers tout en tenant compte de ses compétences et représentations personnelles.

Afin de tenir compte de toute la complexité de la pratique, Robert et Rogalski (2002) envisagent cinq composantes : les composantes sociale et institutionnelle permettent de définir les contraintes liées à la profession. La composante personnelle renseigne sur les propres représentations mathématiques de l'enseignant ainsi que de leur enseignement. La composante cognitive concerne l'ensemble des choix de l'enseignant faits avant la séance sur les contenus et le déroulement à prévoir. La composante médiative s'intéresse aux choix faits pendant la séance afin d'orienter les activités des élèves et les faire avancer vers un objectif d'apprentissage.

---

1 École Supérieure de l'Enseignement et de l' Éducation en France.

2 Rallye Mathématique Transalpin.

3 Association du Rallye Mathématique Transalpin.

4 au nom du groupe « utilisation des problèmes du Rallye en classe ».

Méthodologie

Afin de répondre à nos questions, nous étudions la pratique d'un professeur des écoles non débutant dans l'enseignement et dans le cycle 3. Lors de nos observations, nous n'intervenons ni dans le choix des ressources utilisées et des problèmes, ni dans la préparation et la mise en œuvre des séances.

Une analyse *a priori* des deux problèmes choisis par le professeur est effectuée afin de déterminer les connaissances et compétences mathématiques en jeu ainsi que les démarches envisageables d'élèves de cycle 3. L'analyse *a posteriori* du déroulement et des productions des élèves permet de repérer les choix effectués par le professeur pour les deux séances et de les expliciter en lien avec le cadre théorique de la double approche.

Analyse a priori

L'enseignant a choisi les problèmes *La plaque de voiture* lors de la séance *A et Chacun à sa place* lors de la séance B (issus respectivement de la première épreuve des 13ème et 14ème *RMT*).

La plaque de voiture

Résoudre le problème *La plaque de voiture* consiste à déterminer tous les numéros d'une plaque de voiture respectant des contraintes et à expliciter sa démarche.

> La police recherche la voiture d'un voleur.
>
> - un premier témoin a constaté que le numéro de la plaque a cinq chiffres, tous différents,
>
> - un deuxième témoin se souvient que le premier chiffre est 9,
>
> - un troisième témoin a noté que le dernier chiffre est 8,
>
> - un quatrième témoins, qui a 22 ans, a remarqué que la somme des cinq chiffres de la plaque est àgale à son âge.
>
> **Quel peut être le numéro de la plaque de la voiture que la police recherche ?**
>
> **Écrivez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvés.**

12 solutions sont attendues :

90148	90418	91048	91408	94018	94108
90238	90328	92038	92308	93028	93208

Afin de résoudre ce problème, il s'agit de comprendre que la somme des trois chiffres centraux doit être 5 (en calculant 22 – (9 + 8)) puis de chercher les décompositions de 5 en la somme de trois termes différents. Ne sachant pas combien de solutions sont possibles, une recherche exhaustive de toutes les décompositions est indispensable. Cette recherche exhaustive peut s'effectuer de deux manières différentes : soit en constituant une liste méthodique de tous les numéros, soit en disposant les solutions sous forme d'arbres. Les savoirs en jeu sont liés à l'addition, la soustraction de nombres entiers et à un raisonnement par l'exhaustivité des cas.

Pour des élèves de 8-10 ans, une des difficultés de ce problème réside d'après nous dans le fait qu'ils doivent exposer toutes les solutions sans savoir à l'avance combien il y en a, donc sans pouvoir contrôler seuls s'ils ont trouvé toutes les possibilités. Un moyen de déterminer à l'avance le nombre de solutions, et donc de décider quand la recherche peut s'arrêter, consiste à utiliser la formule suivante :

$$A_3^3 + A_3^3 = 3! + 3! = 3 \times 2 + 3 \times 2 = 12$$

Bien évidemment, les savoirs en jeu liés à la notion d'arrangements ne sont pas envisageables pour des élèves de cycle 3.

Chacun à sa place

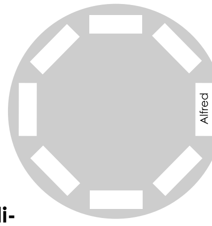
Résoudre le problème *Chacun à sa place* consiste à déterminer la place occupée par chaque enfant et à expliciter sa démarche.

La solution est, en partant de d'Alfred dans le sens des aiguilles d'une montre, Dany, Gina, Frédéric, Emile, Carla, Brice et Henri.

Une procédure par essais et ajustements est envisageable pour des élèves de cycle 3. Les savoirs en jeu sont liés à l'organisation logique des données de l'énoncé et à l'utilisation de la notion de contre-exemple pour invalider des essais.

Alfred, Brice; Carla, Emile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde. Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.

- Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche.
- Carla veut être assise entre Brice et Emilie.
- Dany veut être à côté de Gina.
- Emile veut être juste en face d'Alfred.
- Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.



Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place. Indiquez les étapes qui vous ont permis de placertoutes les personnes.

Énoncé de Chacun à sa place

Deroulement des seances

La classe rassemble des élèves de deux niveaux scolaires : 17 élèves de CM1[5] (en France, élèves de 8-9 ans) et 9 de CM2[6] (en France, élèves de 9-10 ans). Chaque problème est résolu lors d'une séance dont le déroulement est présenté dans le tableau 1. Après quelques minutes réservées aux consignes et à la lecture collective des énoncés, l'enseignant laisse les élèves chercher individuellement (3 minutes pour la séance A et de 8 à 12 minutes pour la séance B) puis les répartit dans des groupes rassemblant des élèves des deux niveaux CM1 et CM2.

	Séance A (La plaque de voiture)	Séance B (Chacun à sa place)
Durée totale (minutes)	60	72
Consigne	6	7
Recherche individuelle	3	8 à 12 (Suivant les groupes)
Recherche en groupe	26	30 à 34 (suivant les groupes)
Mise en commun des productions	23	21
Synthèse	2	2

Tableau 1 : répartition des phases

Après un peu plus de vingt minutes de recherche en groupe, pendant laquelle les élèves rédigent une affiche, l'enseignant organise une mise en commun des productions. Il rassemble alors tous les élèves devant le tableau (Photo 1). Il termine la séance par une synthèse de deux minutes.

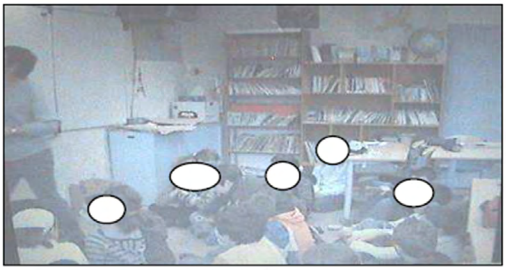


Image 1

Analyse a posteriori

Dans cette partie, nous analysons le déroulement des deux séances ainsi que les affiches produites par les petits groupes d'élèves.

Le déroulement des deux séances

- Consignes

Lors des deux séances, l'enseignant distribue à chaque élève le problème. Le problème est lu collectivement et l'enseignant s'assure par quelques questions que tous les élèves comprennent l'énoncé.

- Recherche individuelle puis en groupe

Les élèves cherchent individuellement pendant quelques minutes, tout en renseignant une feuille de recherche puis ils sont invités à se mettre en groupe pour poursuivre la recherche et rédiger une affiche présentant leur solution.

Lors de la séance A, après 9 minutes de

5 *Cours Moyen 1ère année.*

6 *Cours Moyen 2ème année.*

recherche en groupe, l'enseignant fait le point en organisant une mise en commun intermédiaire. Des élèves présentent rapidement aux autres leur démarche : 6 élèves disent avoir terminé, 16 élèves disent ne pas être sûrs de leur réponse et 4 élèves annoncent être bloqués. Les différentes contraintes imposées par l'énoncé apparaissent comme difficiles à les prendre toutes en compte. De plus, certains élèves ayant trouvé une ou deux solutions pensent avoir ainsi répondu au problème. Face à ces propositions, l'enseignant écoute seulement, n'aide pas, ne valide ou n'invalide pas. Il compte sur les échanges entre les élèves pour leur permettre de poursuivre leur recherche et relance, après quelques minutes, le travail des élèves.

Lors de la séance B, l'enseignant n'organise pas de mise en commun intermédiaire. Nos observations permettent de repérer que tous les élèves sont investis dans la recherche ; aucun ne se disperse, aucun n'abandonne le travail, tous souhaitent aboutir à une réponse.

- Mise en commun des productions

En observant les groupes lors de leur travail de résolution du problème, l'enseignant réussit à hiérarchiser les affiches rédigées et à faire un choix parmi ces affiches afin d'organiser une mise en commun des productions. Lors de celle-ci, les élèves étant rassemblés devant le tableau, l'enseignant présente certaines recherches non complètement abouties, des productions avec des erreurs puis des réponses correctes. Les élèves sont invités à expliquer leurs démarches. Une comparaison est effectuée ce qui permet aux élèves, tous ensemble, de déterminer la réponse qui était attendue et de comprendre les différentes démarches.

- Synthèse

L'enseignant ne consacre que 2 minutes à la synthèse de chaque séance. Il revient brièvement sur le travail effectué par les élèves, sur les différentes démarches en annonçant qu'elles pourront être réutilisées pour la recherche d'autres problèmes.

Les productions de la séance A

L'affiche 1 est représentative de groupes qui concluent en ne donnant qu'une solution, malgré plusieurs réponses envisagées. Les triplets (0 ; 2 ; 3) et (0 ; 1 ; 4) qui conduisent aux solutions attendues ont été identifiés. Cependant l'inventaire des solutions est incomplet et les élèves restent persuadés que pour répondre au problème, ils doivent proposer une unique solution.

93208 = 22
94108 = 22
90328 = 22
92038 = 22
~~914~~ 90148 = 22
91408 = 22
91048 = 22
91328 = 22
0 La plus convaincante est 91048 = 22

Maxime, Joséphine

Affiche 1

Les affiches 2 et 3 sont représentatives des démarches repérées dans la classe.

Alex, Thomas, Camille
9 + 8 + 17
1.9 + 8 +0 + 2 + 3 = 22
2.9 + 8 + 0 + 1 +4 = 22

1.	2.	On a calculé combien faisait 9 + 8 = 17
90238	90148	Comment faire 5 avec 3 chiffres, mais pas les mêmes.
92038	90418	Nous avons trouvé 2 solutions : 0 + 1 + 4 + =5
93208	91048	0 + 2 + 3 =5
92308	94018	En échangeant ces trois chiffres nous avons
90328	94108	trouvés 12 solutions.
93028	91408	

Affiche 2

9 + 8 = 17 Brice

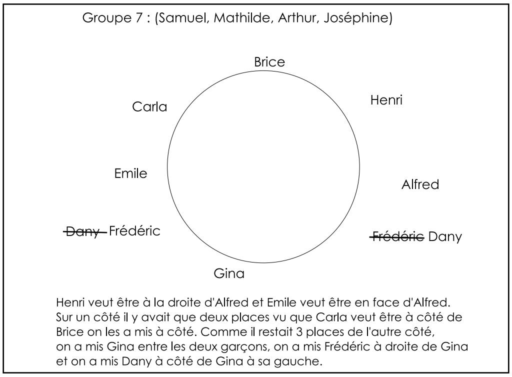
$$\begin{array}{r} 17 \\ +\ 5 \\ \hline 22 \end{array}$$

On fait ça pour trouver combien faisait 9 plus 8 =17.
On a fait des calculs pour trouver 22. De 17 pour aller à 22 ça fait 5.
Maintenant faux faire des calculs = 5. Ce sont 3 + 2 = 5.
3 + 2 + 0 =5
93208 ou 92308 ou 90238
4 + 1 + 0 = 5
94108 = 91408 = 90148 = 90418
92308, 92038, 93028, 90238, 94108, 91048, 90418,
~~93~~ 92138, 92038
Voilà les possibiliés qu'on a fait avec notre technique

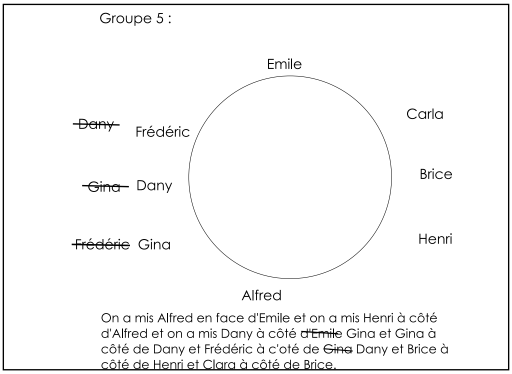
Affiche 3

Ces affiches témoignent d'une démarche rigoureuse et clairement explicitée : la somme 22 doit être obtenue en ajoutant 9, 8 et deux autres nombres différents ; la somme de ces deux derniers nombres doit valoir 5. Quand les contraintes de l'énoncé sont ainsi identifiées, les différentes solutions sont trouvées par essais successifs relativement organisés, en dressant l'inventaire des six arrangements des trois termes sous forme de listes de nombres.

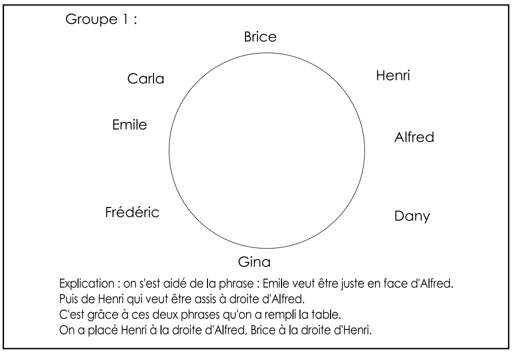
Les productions de la Séance B



Affiche 4



Affiche 5



Affiche 6

Les trois affiches sont représentatives du travail de la classe. Elles montrent que les groupes ont cherché à expliciter leur démarche. Les affiches 4 et 5 témoignent des essais et ajustements effectués et l'affiche 5 montre que quelques élèves n'obtiennent pas la réponse attendue.

Conclusion

Cet article présente l'analyse de la pratique d'un professeur des écoles de cycle 3 (élèves de 8-10 ans) lors de deux séances dédiées à la recherche/résolution de deux problèmes issus du rallye *RMT*. Nous avons étudié les choix de cet enseignant dans le cadre de la double approche afin de déterminer l'intérêt de l'utilisation en classe de ces problèmes. Nous montrons en particulier que cette utilisation en classe a trois répercussions positives sur l'activité des élèves en mathématiques et permet d'envisager des perspectives.

Pourquoi choisir ces problèmes ?

- Une réponse en termes de composante institutionnelle

Les programmes de mathématiques (MEN, 2002) encourageaient les professeurs des écoles françaises à proposer en classe des problèmes de recherche proches des problèmes ouverts. Et un document d'accompagnement des programmes présentait le rallye *RMT* comme une ressource possible de problèmes de ce type (MEN, 2003, p. 8). En 2008, les programmes de mathématiques du primaire ne mettent plus en avant les problèmes de recherche. Cependant, ils insistent sur le développement de compétences de raisonnement et de recherche chez tous leurs élèves. L'utilisation de problèmes ouverts tels que ceux issus du rallye *RMT* en classe constitue pour cet enseignant une réponse à cette injonction.

- Réponse en termes de composante cognitive et médiative

L'observation et l'analyse des deux séances révèlent l'enjeu principal de l'enseignant : apprendre aux élèves à chercher. Des problèmes du rallye *RMT* peuvent proposer une réponse à cet enjeu. En effet,

> *« le Rallye propose des situations pour lesquelles on ne dispose pas d'une solution*

immédiate et qui conduisent à inventer une stratégie, à essayer, à conjecturer, à vérifier, à justifier sa solution, à expliquer ses démarches. Cette définition se rapproche de celle du « problème ouvert », qu'on s'approprie rapidement, où l'on trouve des défis, du plaisir à chercher, des aspects ludiques » (Grugnetti et Jaquet, 2013, p. 9).

- Une réponse en termes de composante personnelle

Le choix des problèmes et l'organisation des différentes phases montrent que l'enseignant, lors des séances A et B, laisse une place importante aux recherches des élèves, prend en compte leurs productions et organise des échanges afin de discuter des solutions obtenues. Il révèle ainsi une volonté personnelle de proposer aux élèves une autre façon de faire des mathématiques, justifiant le choix de problèmes du *RMT* présentés comme un « instrument utile pour aborder les mathématiques de manière différente » (Telatin, 2013, p. 129).

Trois répercussions positives

- Un engagement de tous les élèves dans la recherche

Tous les élèves cherchent sans se décourager, même s'ils ne trouvent pas immédiatement (les nombreuses ratures présentes sur leurs feuilles de recherche puis les affiches montrent bien les différentes tentatives des élèves). De plus, ils n'attendent pas une réponse tout faite de l'enseignant.

Des prises d'initiative pendant la recherche

Les élèves font preuve d'initiative voire d'imagination. Ils ne se bornent pas à appliquer des leçons précédemment acquises mais développent des procédures personnelles.

- Une conception positive de l'erreur

Les élèves s'autorisent à écrire des résultats faux, ils ne craignent pas le regard de l'enseignant sur d'éventuelles erreurs. Celles-ci ne sont plus considérées de manière négative. Au contraire, tous les élèves proposent leurs résultats au professeur et aux autres élèves, aucun ne veut dissimuler ce qu'il a fait même s'il sait que ce n'est peut-être pas correct.

- Une nouvelle raison d'envisager les problèmes du *RMT* en classe

Une récente évolution des programmes de l'école primaire et du collège en France vise à développer les six mêmes compétences mathématiques du cycle 2 au lycée (élèves de 6 à 15 ans). Il s'agit de permettre aux élèves d'apprendre à « chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer » (MEN, 2015). Suite au travail présenté ici, nous considérons que cette dernière injonction constitue une nouvelle motivation pour les professeurs des écoles et les professeurs de mathématiques du collège français de s'inspirer des problèmes du *RMT* afin de mettre en œuvre un enseignement des mathématiques riche en apprentissages pour tous les élèves.

Références

Arsac, G., Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon : Scéren CRDP.

Choquet, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts en cycle 3*. Thèse de doctorat, Université Nantes.

Grugnetti, L., Jaquet, F. (2013). *Le Rallye Mathématique Transalpin*, Dossier. Disponible sur http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Dossier_2013ARMT.pdf consulté le 23 mai 2016

Robert, A., Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.

Telatin, G. (2013). Utilisation en classe des problèmes du RMT. *La gazette de Transalpie*, 3, 129-136.

Men. (2003). *Les problèmes pour chercher. Document d'accompagnement des programmes de l'école primaire*. Eduscol.

Men. (2008). Horaires et programmes d'enseignement de l'école élémentaire. *Bulletin Officiel Hors Série, n°3, 19 juin 2008.*

Men. (2015). Programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège. *Bulletin Officiel Special, n°11, 26 novembre 2015.*