

LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE AU CYCLE 2

Sylvia Coutat

Université de Genève

Dans le numéro Math-Ecole spécial géométrie (Math-Ecole 222) Perrin-Glorian et Godin (2014) nous présentaient une recherche autour de l'utilisation d'instruments pour favoriser l'entrée dans une géométrie théorique présente au secondaire. Cet article reprend de nombreux éléments de cette recherche qui sont cette fois considérés à travers un logiciel de géométrie dynamique en plus de l'utilisation des instruments classiques de la géométrie.

QUELQUES ÉLÉMENTS THÉORIQUES

En géométrie, le regard est essentiel pour percevoir les formes ou figures concernées par les définitions, propriétés ou énoncés. Duval (2005) s'est particulièrement intéressé aux différentes visions que l'on peut porter sur les figures. La vision première, opérationnelle dès l'entrée à l'école est une vision globale des formes en tant que surface (vision 2D). Une seconde vision s'appuie sur les droites et segments qui constituent le contour des formes (vision 1D). Enfin la troisième vision considère les sommets du contour des formes (vision 0D). Or, à l'entrée à l'école les élèves ont une vision 2D dominante associée à un vocabulaire non géométrique, donc les deux autres visions doivent faire l'objet d'un apprentissage

spécifique. Les travaux de Duval ont été prolongés par les recherches de Perrin-Glorian et son équipe (Perrin-Glorian & Godin, 2014) qui utilisent des tâches de reproduction pour développer les visions 1D et 0D chez les élèves. Ainsi en utilisant des instruments spécifiques, ils proposent des tâches de reconstruction de figures géométriques. Ces tâches ont pour ambition de mettre en relation une géométrie physique (représentative de la géométrie de l'école primaire) basée sur les objets sensibles avec une géométrie des concepts (représentative du secondaire) qui traite entre autres des propriétés. Ces tâches reposent sur deux principales contraintes : d'une part les figures à reconstruire nécessitent une évolution du regard porté sur les figures géométriques, d'autre part les outils de construction disponibles nécessitent une genèse instrumentale spécifique. La genèse instrumentale (Figure 1) est un processus développé par Rabardel (1995) qui a pour point de départ un artefact. Il définit cette genèse comme une composée de deux processus : le processus d'instrumentalisation, relatif à l'émergence et l'évolution des composantes de l'artefact, et le processus d'instrumentation, portant sur l'émergence et l'évolution des schèmes (Vergnaud, 1990). Ainsi lorsqu'un artefact de construction (règle ou compas) est utilisé dans la résolution d'une tâche spécifique, il est associé à un ou plusieurs schèmes, cette association aboutit à la construction d'un instrument. Les artefacts géométriques sont porteurs de propriétés (de la droite pour la règle ou du cercle pour le compas). Chaque instrument est propre au sujet et à la tâche dans laquelle il est

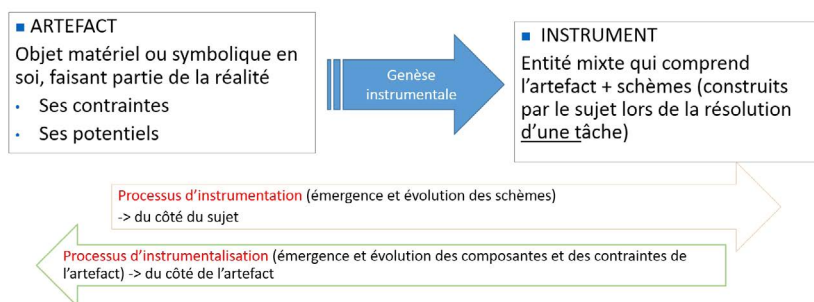


Figure 1

investi. Les deux processus, instrumentalisation et instrumentation, ont leur importance. Cependant pour la suite nous nous focaliserons sur le processus d'instrumentation qui influence directement les connaissances du sujet.

LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

Les logiciels de géométrie dynamique (LGD) comme GeoGebra ou CabriGéomètre possèdent aussi leurs artefacts, ce sont les outils de construction disponibles dans l'environnement. On retrouve les outils classiques de construction comme l'outil droite ou l'outil cercle avec des variantes plus explicites que pour les outils classiques. Par exemple l'outil cercle du logiciel GeoGebra est décliné en différents outils. Le plus classique consiste à construire un cercle à partir d'un centre et d'un point du cercle, la distance entre les deux points définissant le rayon. Ce rayon est modifié si un des deux points est déplacé dans le plan. Il est aussi possible de construire un cercle à partir d'un centre et d'une valeur numérique qui définit la longueur du rayon, lorsque la valeur est modifiée, le rayon est aussi modifié. La même construction peut être faite à partir d'un centre et non plus d'une valeur numérique mais d'un segment, la longueur du segment définissant la longueur du rayon du cercle. Si le segment est modifié, le rayon du cercle est modifié. La genèse instrumentale fonctionne dans l'environnement dynamique comme dans l'environnement statique du papier-crayon et participe à l'insertion progressive dans une géométrie théorique s'appuyant sur les propriétés (Coutat, 2014).

LES INSTRUMENTS DÉPLACEMENTS

Si on retrouve les outils de construction classiques parfois un peu modifiés, il existe dans un LGD des outils spécifiques comme les outils de construction de figures symétriques, l'outil construction de la médiatrice ou l'outil déplacement. Pour la suite nous nous intéressons spécifiquement à ce dernier outil. Restrepo (2008) a identifié dans sa thèse différents instruments *déplacement* selon l'utilisation de l'artefact *déplacement* par le sujet. Nous ne retiendrons que quatre instruments *déplacement*, ces quatre instruments participant à l'évolution du regard

(prise en compte d'éléments 1D et 0D) ainsi qu'à l'identification de propriétés géométriques.

Déplacement non finalisé mathématiquement

Ce premier *déplacement* est souvent le premier mobilisé, car le sujet n'a pas d'attentes a priori et déplace les éléments aléatoirement pour obtenir de nouvelles configurations de sa figure. Ce *déplacement* pourrait aboutir à l'identification de points totalement libres dans le plan ou de points dépendants et donc plus ou moins libres.

Déplacement exploratoire pour identifier des invariants

Une fois que le sujet a déplacé aléatoirement les objets, il peut s'intéresser aux différents invariants entre ces objets, c'est-à-dire aux relations qui résistent au déplacement.

Déplacement pour valider une construction

Dans une tâche de construction ou de reconstruction, le sujet peut valider la présence de relations spécifiques investies lors de la construction. Par exemple, lors de la construction d'un carré en utilisant l'outil perpendiculaire, le sujet peut déplacer les droites construites pour s'assurer qu'elles restent effectivement perpendiculaires.

Déplacement pour invalider une construction

Ce dernier *déplacement* se distingue du précédent dans le sens où le sujet ne teste plus la résistance des relations (*déplacement pour valider*) mais cherche à déplacer pour trouver une configuration qui invalide la construction.

CHANGEMENT DE REGARD ET LGD

La genèse instrumentale des *déplacements* par les élèves passe par la prise en compte des éléments 1D et 0D et participe ainsi à l'évolution du regard. Les *déplacements exploratoires, pour valider une construction et pour invalider une construction* s'appuient sur les invariants des constructions c'est-à-dire les propriétés sous-jacentes. Cela implique que la genèse instrumentale de ces *déplacements* participe aussi à l'articulation de la géométrie physique à la géométrie théorique. Afin de pouvoir articuler

les connaissances associées aux instruments avec les connaissances géométriques, les tâches avec le LGD doivent être articulées avec des tâches papier-crayon. Nous reprenons ici la problématique de Perrin-Glorian et Godin conjointement à une perspective dynamique. Le LGD est utilisé dans des tâches de reconstruction, description, reconnaissance de figures géométriques dans le but de faire évoluer le regard et favoriser une réflexion sur les propriétés, c'est à dire favoriser l'émergence d'une géométrie théorique.

UN EXEMPLE EN FIN DE PRIMAIRE

Nous avons conçu une séquence d'enseignement, comprenant une dizaine de séances, autour de l'utilisation d'un LGD dans des tâches de reconstruction, description et reconnaissance de figures géométriques en classe de 6H, 7H et 8H¹. Cette séquence articule des séances avec le LGD, chacune suivie d'une séance papier-crayon avec un ordinateur et un vidéo-projecteur pour l'enseignant. L'enchaînement de ces deux séances constitue un cahier. La séquence se compose de 5 cahiers. Des séances de réinvestissement papier-crayon assurent l'articulation entre les connaissances issues de la genèse instrumentale spécifique au LGD et les connaissances plus classiques issues du papier-crayon.

La première séance avec le LGD reprend les éléments de base de la géométrie (point, droite, segment, triangle, cercle, et quadrilatère), mais dans une perspective dynamique. Ainsi, les élèves sont amenés à déplacer les objets (un point libre du plan, un point d'une droite, d'un triangle, d'un cercle). Ce premier déplacement mis en œuvre par les élèves est exploratoire. Les élèves découvrent le logiciel et sa spécificité c'est-à-dire le mouvement. Une fois que les élèves ont mobilisé le déplacement exploratoire pour identifier des invariants (un point se déplace sur une droite) ils doivent reconstruire un point qui aura le même comportement. La validation de chaque reconstruction est à la charge de l'élève par l'utilisation du déplacement pour valider une construction. Dès cette première

séance, les élèves sont amenés à utiliser les trois premiers déplacements présentés précédemment. Cette séance est suivie d'une séance en classe avec le logiciel projeté qui permet les premières formulations par les élèves autour des invariants, c'est à dire des propriétés.

Lors de la deuxième séance avec le LGD les élèves sont amenés à réaliser une reconstruction plus complexe (figure 2) avec comme consigne :

Reconstruis le parcours des petites bêtes. Attention ton parcours doit pouvoir être déformé comme le modèle.

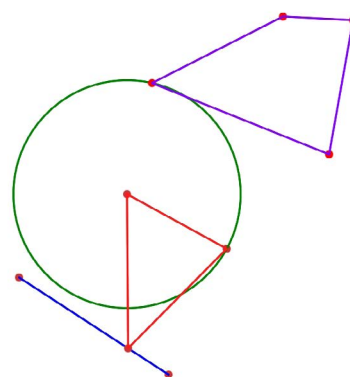


Figure 2

L'utilisation du déplacement exploratoire pour identifier des invariants nous dévoile qu'un sommet du triangle est aussi le centre du cercle, un autre définit le rayon du cercle, enfin le troisième sommet est un point sur un segment. Le segment a ses extrémités libres. Le quadrilatère possède un sommet sur le cercle et trois sommets libres.

Bien que les élèves aient mobilisé les déplacements lors de la séance précédente, ceux-ci restent peu investis dans cette tâche de reconstruction. En effet comme dans une tâche papier-crayon classique, les élèves commencent à construire les objets qu'ils visualisent en ne s'appuyant que sur la perception globale de la figure. Ainsi ils sont dans une géométrie perceptive qui n'utilise pas les propriétés. Les constructions des élèves commencent par le cercle, puis le triangle avec un sommet comme centre, un sommet sur le cercle et un sommet libre

¹ Élèves de 9 à 12 ans.

dans le plan. Ils construisent ensuite le segment puis le quadrilatère. Si besoin est la position du sommet libre du triangle est ajustée afin que le point apparaisse sur le segment. On obtient la Figure 3.

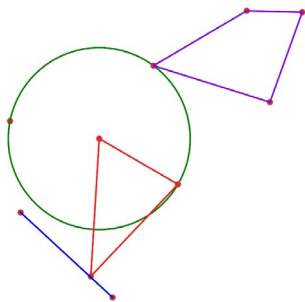


Figure 3

Lorsque l'enseignant intervient pour valider la construction, le déplacement d'un point sur le cercle dévoile une construction erronée : il peut *déplacer pour invalider la construction* en déplaçant soit le sommet du triangle sur le cercle, soit le point libre du cercle. En général les élèves ne mobilisent aucun déplacement tant que celui-ci n'a pas été introduit par l'enseignant lors de sa validation de la reconstruction. Le *déplacement pour valider une construction* est le premier investi par les élèves, ceux-ci se fiant à leur perception de la figure pour la reconstruire à l'identique. On voit ici que la perception pourrait suffire, pourtant les élèves ne parviennent pas à relier les éléments comme dans le modèle (les deux sommets du triangle sont aussi les points qui définissent le cercle et le troisième sommet du triangle est un point du segment). La mobilisation du *déplacement exploratoire pour identifier des invariants* est le plus difficile à investir par les élèves. Dans les reconstructions suivantes, les élèves qui mobilisent principalement une perception globale en faisant une reconstruction visuellement à l'identique sont contraints de basculer vers une prise en compte des éléments 1D et 0D suite à l'invalidation de leur reconstruction par la mise en œuvre du *déplacement pour valider une construction*. Nous avons observé une utilisation de ce déplacement qui démontre une vision transitoire par l'utilisation du *déplacement pour valider une*

construction mobilisé localement. En reprenant l'exemple de la figure 2, certains élèves ont invalidé la construction car le sommet du triangle ne se déplace que sur le cercle. Lorsqu'ils recommencent leur reconstruction, la validation ne porte que sur cette relation (sommet du triangle et cercle), et ils n'évaluent pas les autres éléments de la construction. Cependant même cette utilisation partielle du *déplacement pour valider une construction* enrichit le *déplacement exploratoire pour identifier des invariants*, car en déplaçant pour valider, les élèves explorent aussi les figures. L'accès aux propriétés des figures peut s'appuyer sur l'un ou l'autre des déplacements.

CONCLUSION

La problématique initiale de Perrin-Glorian (2014) vise une entrée dans la géométrie théorique en utilisant l'évolution du regard au cours de tâches de reconstruction avec des instruments classiques de géométrie. Nous reprenons cette problématique en considérant aussi les instruments d'un logiciel de géométrie dynamique dans des tâches de reconstruction. Nous avons focalisé notre étude sur les instruments *déplacements* et l'accès privilégié aux propriétés qu'ils permettent. Ainsi les élèves sont amenés à reconstruire des figures géométriques en s'appuyant sur des invariants identifiés au cours du *déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Ces constructions sont ensuite validées par le *déplacement pour valider des constructions*. Les invariants ciblés de ces déplacements sont les propriétés sous-jacentes aux figures que les élèves doivent ainsi reconnaître et reproduire. Ainsi la genèse instrumentale des *déplacements* participe à l'entrée dans une géométrie théorique par la prise en compte des propriétés, et à l'évolution du regard par la prise en compte des éléments 1D et 0D qui composent la figure. Afin que ces connaissances liées à l'utilisation des outils du logiciel soient décontextualisées ces séances doivent être aussi travaillées dans un environnement papier-crayon afin de les articuler avec les connaissances initiales des élèves.

Références

Coutat, S. (2014). Autour du concept de propriété, *Math-Ecole*, 222, 74-80. Repéré à http://www.revuemathecole.ch/files/6414/6288/8777/ME222_Coutat.pdf.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciations des raisonnements et coordonnées de leurs fonctionnements. *Annales de Didactiques et des Sciences Cognitives*, 10, 5-53. Repéré à http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/annales_de_didactique_et_de_sciences_cognitives/volume_10/Duval.pdf.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (1998). Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres, *Grand N*, 64, 65-78. Repéré à http://www.irem.ujf-grenoble.fr/spip/squelettes/fic_N.php?num=64&rang=6.

Perrin-Glorian, M.-J. & Godin, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-Ecole*, 222, 26-36. Repéré à http://www.revuemathecole.ch/files/4014/6288/8780/ME222_PerrinGlorian.pdf.

rian.pdf

Rabardel, P. (1995). *Les Hommes & Les Technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin. Repéré à https://hal-univ-paris8.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/1017462/filename/Hommes_et_technologie_Rabardel1995.pdf

Restrepo, A. (2008). *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez les élèves de 6ième*. Thèse de doctorat en mathématiques et informatique de l'université Joseph Fourier de Grenoble. Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00334253/document>

Vendeira Maréchal, C., Clivaz, S., Coutat, S. & Weiss, L. (2014). Enseignement de la géométrie. *Math-Ecole*, 222, Repéré à http://www.revuemathecole.ch/files/8614/6288/8471/MathEcole_222.pdf

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, 10, 2-3.

LES TROIS AMIES (PROVENANCE FSJM)

Amélie Lechat, Béatrice Lechien et Cynthia Loiseau sont trois amies qui aiment bien se rendre visite. L'une possède un chat, l'autre un chien et la troisième un perroquet. Mais aucune d'entre elles ne possède l'animal qui correspond à son nom de famille. Chaque fois qu'on lui rend visite, le perroquet prononce le nom de l'animal qui accompagne sa visiteuse.

Aujourd'hui, le perroquet s'est écrié « Le chat ! Le chat ! ». Retrouvez l'animal de compagnie de chacune des trois amies.

Réponse ici :

